מכניקה - הרצאה 11: מערכות לא אינרציאליות וכוחות מדומים

אסף פאר

13 בינואר 2019

הערה חשובה: סיכומי ההרצאות מבוססים על מקורות [1] ו-[2] .

1 מבוא

כאשר הצגנו את חוקי ניוטון, הדגשנו שחוק התנועה, $\vec{F} = m\vec{a}$ תקף אך ורק במערכת קואורדינטות אינרציאלית. כעת, נעבור לדון במערכות לא אינרציאליות. כפי שנראה, הדיון יספק הבנה מעמיקה יותר של המכניקה הניוטונית, על יתרונותיה וחסרונותיה.

2 טרנספורמצית גליליאו

נוכיח את המשפט הבא, שנראה כל כך מובן מאליו שאנחנו פעמים רבות מניחים ללא הוכחה: כל מערכת קואורדיטות הנעה במהירות קבועה ביחס למערכת קואורדינטות אינרציאלית - היא בעצמה אינרציאלית.

נניח שיש לנו שני צופים ("איילה" ו-"בני"). שני הצופים מסתכלים על אותה מערכת פיסיקלית. כל אחד מהם, מגדיר לעצמו את הצירים. כמו כן, נניח שאיילה מגיעה למסקנה - על ידי תצפית במערכת הפיסיקלית, שמערכת הקואורדינטות (צירים) שלה היא אינרציאלית. כמו כן, נניח שמערכת הצירים של בני מוזזת ביחס לזו של איילה כך שבזמן כלשהו t מרכז מערכת הצירים של בני הוא במיקום $\vec{S}$ ביחס למערכת הצירים של איילה (ראה איור 1). כתוצאה מכך, אובייקט נתון m ייראה במערכת של איילה במיקום $\vec{r}_a$ ובמערכת של בני במיקום $\vec{r}_b$ כך שמתקיים

$$\vec{r}_b = \vec{r}_a - \vec{S} \tag{1}$$

נניח שאיילה מבחינה שהגוף מאיץ בקצב $\vec{a}_a = \ddot{\vec{r}}_a$. מחוק התנועה של ניוטון היא מסיקה שעל הגוף פועל כוח,

$$\vec{F}_a = m\vec{a}_a$$

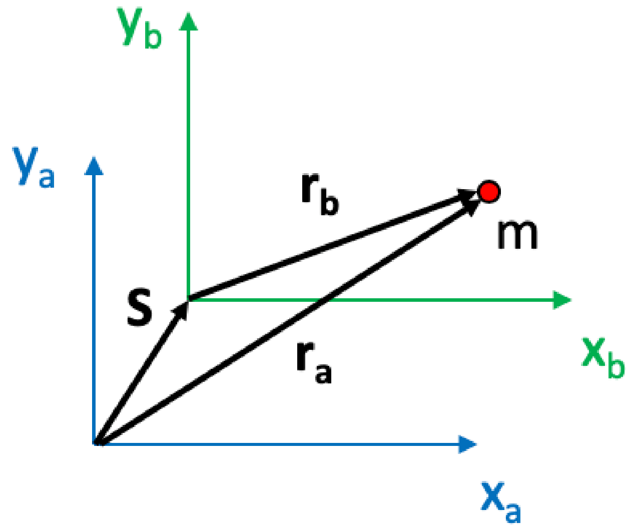
בני מסיק את אותה המסקנה - במערכת שלו כמובן:

$$\vec{F}_b = m\vec{a}_b$$

נשאלת השאלה: מה הקשר בין $\vec{F}_b$ והתאוצה האמיתית $\vec{F}_a$ כפי שנמדדת במערכת האינרציאלית?
בפשטות, נגזור את משוואה 1 ונקבל

$$\begin{aligned} \vec{v}_b &= \vec{v}_a - \vec{V} \\ \vec{a}_b &= \vec{a}_a - \vec{A} \end{aligned} \tag{2}$$

כש- $\vec{V} = \dot{\vec{S}}$ ו- $\vec{A} = \dot{\vec{V}} = \ddot{\vec{S}}$.



איור 1: גוף כפי שנראה על ידי שני צופים שונים, כל אחד במערכת קואורדינטות אחרת.

כלומר, אם המהירות בין שתי מערכות הצירים היא קבועה, $\vec{V} = const$ ולכן $\vec{A} = 0$ נקבל $\vec{a}_b = \vec{a}_a$ ולכן

$$\vec{F}_b = m\vec{a}_b = m\vec{a}_a = \vec{F}_a \tag{3}$$

כלומר, במקרה בו הצופים נעים במהירות קבועה אחד ביחס לשני, הכוחות שהם מודדים זהים: משוואת התנועה במערכת שנעה במהירות קבועה ביחס למערכת אינרציאלית, זהה למשוואת התנועה הנרשמת במערכת האינרציאלית. לכן כל המערכות שנעות במהירות קבועה ביחס למערכת אינרציאלית, גם הן אינרציאליות.

מכאן גם נובעת המסקנה שאין לנו דרך לדעת באופן מוחלט (אבסולוטי) האם מערכת מסויימת היא במנוחה, או שהיא בתנועה במהירות אחידה - הטבע לא מספר לנו. כמו כן, נשים לב שהניתוח מבוסס על מספר הנחות יסוד - כמו שהזמן שנמדד בשעוני איילה ובני הוא זהה, שהמרחקים זהים ושהמסה הנמדדת זהה. כל אלה אינם מתקיימים כאשר המהירויות מתקרבות למהירות האור, כפי שהוכיח ניסוי מייקלסון-מורלי (עליו תלמדו בקורס ביחסות הפרטית).

נניח שבני נע במהירות קבועה ביחס לאיילה. כמו כן, נניח שמרכזי הצירים שלהם מתלכדים בזמן $t = 0$, כך ש-$\vec{S} = \vec{V}t$. ממשוואה 1 נקבל

$$\begin{aligned} \vec{r}_b &= \vec{r}_a - \vec{V}t \\ t_b &= t_a \end{aligned} \tag{4}$$

משוואה 4 מאפשרת לנו, בהינתן תיאור של מאורע כלשהו במערכת של איילה (המאורע מתואר על ידי מיקומו בזמן ובמרחב, כלומר $(t_A, \vec{r}_a)$ לחשב כיצד המאורע יתואר על ידי בני. במילים אחרות, משוואה 4 מראה כיצד הקואורדינטות עוברות טרנספורמציה (שינוי) בין צופה לצופה. המשוואה נקראת **טרנספורמצית גליליאו**.

נשים לב, שהראינו שהכוח אינו משתנה על ידי טרנספורמצית גליליאו. לכן, צופים בשתי מערכות ייחוס אינרציאליות שונות (המקושרות ביניהן על ידי טרנספורמצית גליליאו) יקבלו את אותן משוואות דינמיות המתארות את המערכת הפיסיקלית. מכאן גם שחוקי הפיסיקה זהים בכל המערכות האינרציאליות: אחרת, צופים שונים יתנו ניבויים שונים (לדוגמה, צופה אחד ינבא שתהיה התנגשות, וצופה אחר לא יסכים איתו).

3 מערכות בתאוצה אחידה

נניח כעת מערכת שמואצת בתאוצה אחידה $\vec{A}$ ביחס למערכת אינרציאלית. נסמן גדלים במערכת האינרציאלית בסימון הרגיל, וגדלים במערכת הלא אינרציאלית עם ('). הקשר בין התאוצות (משוואה 2) נתון על ידי

$$\vec{a}' = \vec{a} - \vec{A} \tag{5}$$

במערכת המואצת, הכוח הנמדד הוא

$$\vec{F}' = m\vec{a}' = m\vec{a} - m\vec{A} \tag{6}$$

המערכת המקורית היא אינרציאלית, ולכן $m\vec{a}$ הוא הכוח $\vec{F}$ הנובע מהאינטרקציות הפיסיקליות במערכת. לכן,

$$\vec{F}' = \vec{F} - m\vec{A} = \vec{F} + \vec{F}_{fic}$$

כאשר

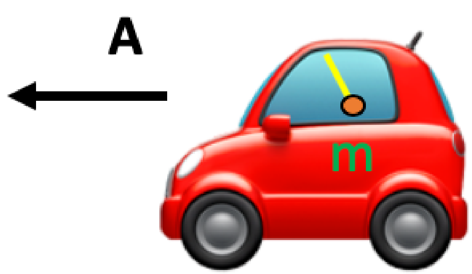
$$\vec{F}_{fic} \equiv -m\vec{A}$$

הוא **הכוח המדומה**. גודל הכוח המדומה הוא mA וכיוונו הפוך לכיוון התאוצה $\vec{A}$.

נשים לב, שבניגוד לכוח "רגיל" הנובע מאינטרקציות בין גופים שונים, מקורו של הכוח המדומה הוא בכך שמערכת הצירים מואצת.

3.1 דוגמה: מכונית מאיצה

נניח גוף בעל מסה m תלוי מתקרת מכונת המאיצה בקצב $\vec{A}$ (ראה איור 2). מהי הזווית בה תלוי הגוף, ומהי המתיחות בחוט?



איור 2: גוף תלוי מתקרת מכונית מאיצה.

נבצע את החישוב פעמיים: פעם ראשונה במערכת המעבדה (המערכת האינרציאלית) - במערכת זו המכונית מאיצה. פעם שניה, במערכת המאיצה- כלומר, כפי שתראה מנקודת המבט של נוסע היושב במכונית בזמן שהיא מאיצה.

חישוב במערכת המעבדה. משוואת הכוחות, בצירי x ו-y:

$$\begin{aligned} &T\sin\theta = mA && (x); \\ &T\cos\theta - mg = 0 && (y). \end{aligned}$$

לכן נקבל

$$\tan\theta = \frac{A}{g} \quad ; \quad T = m\sqrt{g^2 + A^2}$$

נחזור על החישוב, במערכת המאיצה. משוואת הכוחות בציר y לא משתנה,

$$T\cos\theta - mg = 0.$$

למשוואת הכוחות בציר x יש להוסיף את הכוח המדומה:

$$T\sin\theta + F_{fic} = 0$$

כש- $F_{fic} = -mA$. סה"כ, נקבל את אותה תוצאה כבמערכת המעבדה,

$$\tan\theta = \frac{A}{g} \;\; ; \quad T = m\sqrt{g^2 + A^2}$$

כמובן, התוצאה הסופית אינה תלויה במערכת בה בחרנו לבצע את החישוב.
נשים לב, שהכוח המדומה הפועל במערכת המאיצה בתאוצה אחידה, פועל באופן זהה לזה של כוח כבידה אחיד. לעובדה זו משמעות רבה (1) בפיתרון בעיות, ו-(2) בפיתוח תורת היחסות הכללית.

4 מערכת צירים מסתובבת

כפי שראינו בסעיף הקודם, במערכת לא אינרציאלית (מאיצה) ניתן להוסיף כוח מדומה. לאחר ההוספה, ניתן לפתור את הבעיה בדיוק כמו פתרון במערכת אינרציאלית.
עקרונית, ניתן לפתור באופן דומה בעיה במערכת מסתובבת. המערכת היא מורכבת יותר, ולכן ניתקל בשני כוחות מדומים: הכוח הצנטריפוגלי, וכוח קוריוליס.
עקב חשיבותן הרבה של מערכות מסתובבות - פני כדור הארץ כדוגמה הקלאסית, כמובן, ננתח את כל אחד מהכוחות בנפרד.

4.1 קצב השינוי של וקטור מסתובב

נתחיל מפיתוח מתימטי. נניח וקטור כלשהו $\vec{A}(t)$ אשר מסתובב בקצב קבוע ω סביב ציר הנמצא בכיוון כללי $\hat{n}$ (ראה איור 3). נניח ש- α היא הזווית שבין כיוון הווקטור וכיוון ציר הסיבוב. באיור 3, מתואר מיקום קצה הווקטור בזמן t ובזמן $t + \Delta t$.
בזמן Δt, קצה הווקטור עובר מסלול מעגלי ברדיוס $\vec{A}\sin\alpha$, כאשר מישור המעגל ניצב ל- $\hat{n}$. הזווית שהוא עובר היא $\omega\Delta t$, ולכן הדרך היא

$$\Delta A \approx (A\sin\alpha)(\omega\Delta t)$$

כלומר

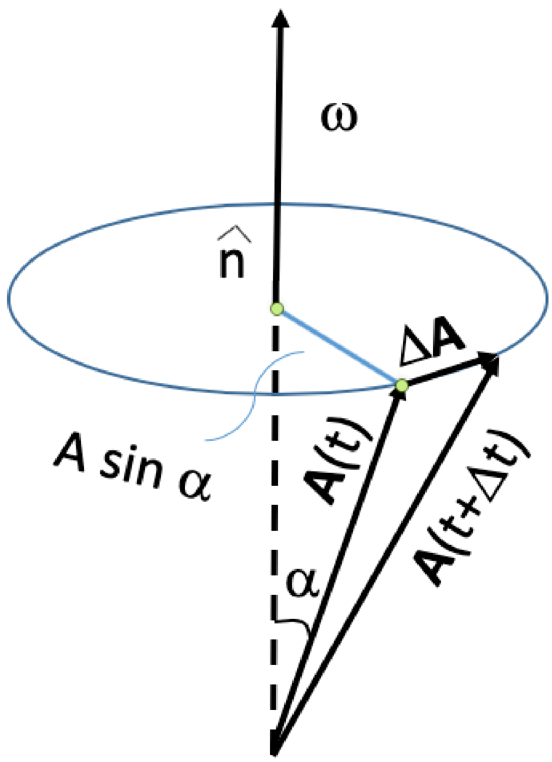
$$\frac{dA}{dt} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{(A\sin\alpha)(\omega\Delta t)}{\Delta t} = (A\sin\alpha)\omega \tag{7}$$

מאחר ש-

$$(A\sin\alpha)\omega = |\vec{\omega}\times\vec{A}|$$

ומאחר ש- $\Delta\vec{A}$ אנך גם ל- $\vec{A}$ וגם ל-$\hat{n}$, נקבל שבעצם רשמנו

$$\frac{d\vec{A}}{dt} = \vec{\omega}\times\vec{A} \tag{8}$$



איור 3: ווקטור מסתובב

4.2 קצב השינוי של ווקטור במערכת קואורדינטות מסתובבת

נסתכל על ווקטור כלשהוא $\vec{B}$ אשר משתנה בקצב כלשהוא $\left(\frac{d\vec{B}}{dt}\right)_{in}$ כפי שננצפה על ידי צופה במערכת אינרציאלית.
אנחנו רוצים למצוא את קצב השינוי של הווקטור כפי שנמדד על ידי צופה במערכת מסתובבת (במהירות סיבובית ω), $\left(\frac{d\vec{B}}{dt}\right)_{rot}$.
נסמן את ווקטורי הבסיס במערכת האינרציאלית כ- $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$, ובמערכת המסתובבת כ- $\hat{x}', \hat{y}', \hat{z}'$. נרשום את הווקטור $\vec{B}$ ואת הנגזרת שלו במערכת האינרציאלית כ-

$$\vec{B} = B_x\hat{x} + B_y\hat{y} + B_z\hat{z},$$

$$\left(\frac{d\vec{B}}{dt}\right)_{in} = \left(\frac{dB_x}{dt}\hat{x} + \frac{dB_y}{dt}\hat{y} + \frac{dB_z}{dt}\hat{z}\right).$$

כעת, נרשום את רכיבי הווקטור $\vec{B}$ במערכת המסתובבת כ-

$$\vec{B} = B'_x\hat{x}' + B'_y\hat{y}' + B'_z\hat{z}',$$

(כמובן, הווקטור לא השתנה. רק מערכת הצירים!).
כעת, נחשב את הנגזרת של הווקטור תוך שימוש בגדלים הנמדדים במערכת המסתובבת:

$$\left(\frac{d\vec{B}}{dt}\right)_{in} = \left(\frac{d\vec{B}}{dt}\right) = \left(\frac{dB'_x}{dt}\hat{x}' + \frac{dB'_y}{dt}\hat{y}' + \frac{dB'_z}{dt}\hat{z}'\right) + \left(B'_x\frac{d\hat{x}'}{dt} + B'_y\frac{d\hat{y}'}{dt} + B'_z\frac{d\hat{z}'}{dt}\right), \quad (9)$$

כאשר כעת, עלינו לחשב את הנגזרת בזמן של ווקטורי הבסיס, שכן הם אינם קבועים (המערכת מסתובבת!).

האיבר הראשון בסוגריים מצד ימין הוא קצב שינוי הווקטור בזמן, כפי שנמדד על ידי צופה במערכת המסתובבת, $\left(\frac{d\vec{B}}{dt}\right)_{rot}$.

מקורו של האיבר השני בסוגריים מצד ימין הוא בשינוי ווקטורי הבסיס , שינוי הנובע מסיבוב המערכת. את השינוי תיארנו באמצעות משוואה 8, הנכונה לכל ווקטור, ובפרט לווקטורי הבסיס:

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{x}'}{dt} &= \vec{\omega} \times \hat{x}' \ , \\ \frac{d\hat{y}'}{dt} &= \vec{\omega} \times \hat{y}' \ , \\ \frac{d\hat{z}'}{dt} &= \vec{\omega} \times \hat{z}'. \end{aligned}$$

לכן

$$\begin{aligned} \left(B'_x \frac{d\hat{x}'}{dt} + B'_y \frac{d\hat{y}'}{dt} + B'_z \frac{d\hat{z}'}{dt}\right) &= \left(B'_x \vec{\omega} \times \hat{x}' + B'_y \vec{\omega} \times \hat{y}' + B'_z \vec{\omega} \times \hat{z}'\right) \\ &= \vec{\omega} \times \left(B'_x \hat{x}' + B'_y \hat{y}' + B'_z \hat{z}'\right) \\ &= \vec{\omega} \times \vec{B} \end{aligned} \tag{10}$$

כלומר, סה״כ נקבל

$$\left(\frac{d\vec{B}}{dt}\right)_{in} = \left(\frac{d\vec{B}}{dt}\right)_{rot} + \vec{\omega} \times \vec{B} \tag{11}$$

כאשר, שוב - משוואה 11 נכונה **לכל** ווקטור.

4.3 מהירות ותאוצה במערכת קואורדינטות מסתובבת

נוכל להמשיך בפיתוח המתימטי. מאחר שמשוואה 11 נכונה לכל ווקטור, בפרט היא נכונה לווקטור המיקום:

$$\left(\frac{d\vec{r}}{dt}\right)_{in} = \left(\frac{d\vec{r}}{dt}\right)_{rot} + \vec{\omega} \times \vec{r} \tag{12}$$

כלומר,

$$\vec{v}_{in} = \vec{v}_{rot} + \vec{\omega} \times \vec{r}. \tag{13}$$

כעת נשתמש במשוואה 11 שוב, על מנת למצוא את התאוצה במערכת המסתובת:

$$\begin{aligned} \left(\frac{d\vec{v}_{in}}{dt}\right)_{in} &= \left(\frac{d\vec{v}_{in}}{dt}\right)_{rot} + \vec{\omega} \times \vec{v}_{in} \\ &= \left[\frac{d}{dt}\left(\vec{v}_{rot} + \vec{\omega} \times \vec{r}\right)\right]_{rot} + \vec{\omega} \times \left(\vec{v}_{rot} + \vec{\omega} \times \vec{r}\right) \\ &= \left(\frac{d\vec{v}_{rot}}{dt}\right)_{rot} + \vec{\omega} \times \left(\frac{d\vec{r}}{dt}\right)_{rot} + \vec{\omega} \times \left(\vec{v}_{rot} + \vec{\omega} \times \vec{r}\right) \\ &= \left(\frac{d\vec{v}_{rot}}{dt}\right)_{rot} + 2\vec{\omega} \times \vec{v}_{rot} + \vec{\omega} \times \left(\vec{\omega} \times \vec{r}\right). \end{aligned} \tag{14}$$

(כאשר בשורה השלישית השתמשנו בהנחה ש- $\vec{\omega} = const$).

נרשום את התוצאה במונחי התאוצות:

$$\vec{a}_{in} = \vec{a}_{rot} + 2\vec{\omega} \times \vec{v}_{rot} + \vec{\omega} \times \left(\vec{\omega} \times \vec{r}\right). \tag{15}$$

לחלופין,

$$\vec{a}_{rot} = \vec{a}_{in} - 2\vec{\omega} \times \vec{v}_{rot} - \vec{\omega} \times \left(\vec{\omega} \times \vec{r}\right). \tag{16}$$

4.4 כוחות מדומים במערכת קואורדינטות מסתובבת

עבור צופה הנמצאת במערכת קואורדינטות מסתובבת, משוואת התנועה היא

$$\vec{F}_{rot} = m\vec{a}_{rot}.$$

נציב את התאוצה ממשוואה 16 בכדי לרשום

$$\vec{F}_{rot} = \vec{F} + \vec{F}_{fic} = \vec{F} + \vec{F}_{Coriolis} + \vec{F}_{centrifugal} \quad (17)$$

כאשר $\vec{F}$ הוא הכוח האמיתי הפועל על הגוף,

$$\vec{F}_{centrifugal} = -m\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) \quad (18)$$

$$\vec{F}_{Coriolis} = -2m\vec{\omega} \times \vec{v}_{rot} \quad (19)$$

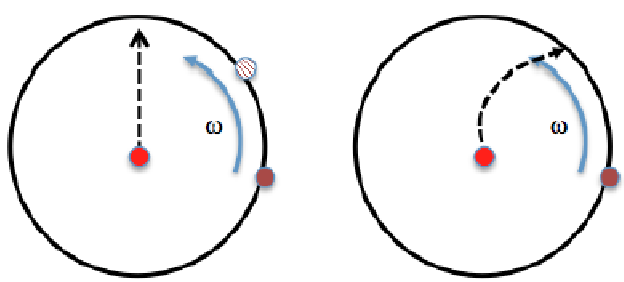
הם כוחות מדומים.

הכוח הצנטריפוגלי הוא כוח שגודלו $m\omega^2 r$ וכיוונו רדיאלי - החוצה $(+\hat{r})$. הכוח אנך לציר הסיבוב (ω) .

ניתן להרגיש את הכוח כאשר קושרים מסה לחוט ומסובבים: במערכת המסתובבת, המסה במנוחה, ולשם כך יש להפעיל מתיחות על החוט כדי שתאזן את הכוח הצנטריפוגלי. מכיוון שאנחנו אוחזים בחוט, אנחנו מרגישים את המתיחות.

האיבר $\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$ מכוון בכיוון הרדיאלי פנימה. זוהי **התאוצה הצנטריפטלית**, הנובעת מכך שנקודה במנוחה במערכת המסתובבת נעה במסלול מעגלי במערכת האינרציאלית.

כוח קוריוליס, $\vec{F}_{Coriolis}$ הוא כוח מדומה שנדרש על מנת לבטל את הכוח האמיתי הנובע מתאוצת קוריוליס, $2\vec{\omega} \times \vec{v}_{rot}$ תאוצת קוריוליס נובעת מתנועה של גוף במערכת מסתובבת. נתבונן בדוגמה באיור 4, המתארת תנועה רדיאלית של גוף (במערכת אינרציאלית) הנמצא על דיסקה מסתובבת. מנקודת המבט של צופה הנמצא על שפת הדיסקה (ומסתובב יחד איתה) , הגוף לא נע בקו ישר, אלא במסלול עקום הפונה אליו. אם הצופה לא מודע לעובדה שמערכת הצירים שלו מסתובבת (אינה אינרציאלית), הוא יטען שהעובדה שהגוף לא נע בקו ישר פירושה שחייב לפעול עליו כוח, אשר כיוונו ניצב לכיוון התנועה. הכוח הזה הוא כוח קוריוליס.



איור 4: שמאל: גוף נע בקו ישר על גבי דיקה מסתובבת (כפי שנראה על ידי צופה במערכת אינרציאלית). ימין: מסלול אותו הגוף כפי שנראה על ידי צופה שיושב על שפת הדיסקה המסתובבת, ומסתובב יחד איתה. צופה זה יראה את הגוף נע במסלול מעוקל, ויטען שהסיבה לעקמומיות המסלול היא כוח שפועל על הגוף - זהו כוח קוריוליס.

5 דוגמאות

ישנן הרבה דוגמאות להשפעת כוחות מדומים ככוח קוריוליס והכוח הצנטריפוגלי על תיאור תנועה במערכות מסתובבות. רוב הדוגמאות קשורות לסיבוב כדור הארץ סביב צירו - במהירות זוויתית $\omega = 2\pi/T = 7.3 \times 10^{-5}$ rad/s כאשר $T = 24$ שעות.

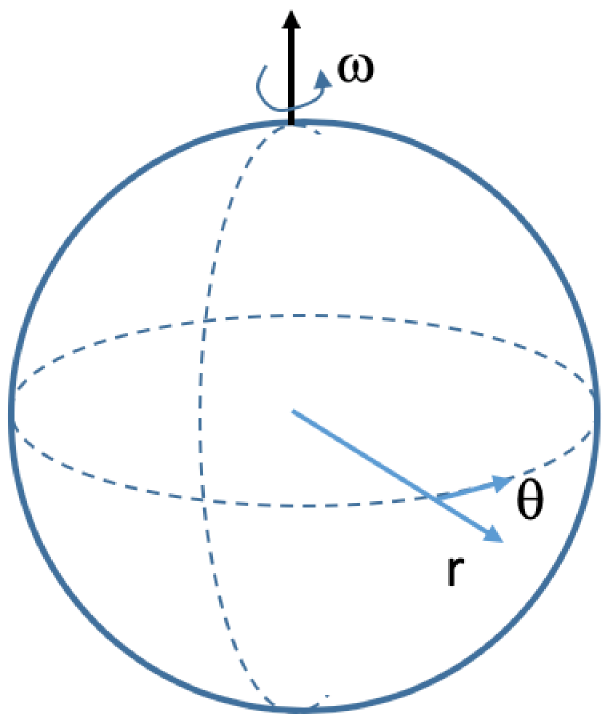
5.1 הסטה של מסה נופלת

עקב סיבוב כדור הארץ, גוף נופל מוסט מזרחה. נחשב את ההסטה של גוף שמסתו m הנופל ממגדל בגובה h הנמצא בקו המשווה.

נניח שהקואורדינטות (r,θ) נמדדות במערכת כדור הארץ (כלומר, צמודות לכדוה"א). הכוח הפועל על הגוף, כפי שנמדד על ידי צופה הצמוד לכדוה"א (אנחנו, בקיצור) הוא

$$\vec{F} = -mg\hat{r} - 2m\vec{\omega}\times\vec{v}_{rot} - m\vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r})$$

כוח הכבידה והכוח הצנטריפוגלי הם רדיאלים, ואילו כוח קוריוליס (עבור גוף המופל ממנוחה) הוא בכיוון קו המשווה.



איור 5: מערכת צירים בקו המשווה

תנועת הגוף היא במישור המשווה, כאשר מהירותו במערכת כדוה"א (המערכת המסתובבת) היא

$$\vec{v}_{rot} = \dot{r}\hat{r} + r\dot{\theta}\hat{\theta} \tag{20}$$

ולכן $\vec{\omega}\times\vec{v}_{rot} = \omega\dot{r}\hat{\theta} - \omega r\dot{\theta}\hat{r}$ וכן $\vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r}) = -\omega^2 r\hat{r}$. לכן סה"כ

$$\begin{aligned} F_r &= -mg + 2mr\omega\dot{\theta} + m\omega^2 r \\ F_\theta &= -2m\omega\dot{r} \end{aligned} \tag{21}$$

לכן, משוואת התנועה בכיוון הרדיאלי היא

$$m\ddot{r} - mr\dot{\theta}^2 = -mg + 2mr\omega\dot{\theta} + m\omega^2 r \tag{22}$$

בקרוב מצויין, $\dot{\theta} \ll \omega$ ולכן נקבל

$$\ddot{r} \approx -g + \omega^2 r \approx -g + \omega^2 R_E \equiv -g' \tag{23}$$

כש- R_E הוא רדיוס כדוה״א. הפתרון למשוואה הוא כמובן

$$r = r_0 - \frac{1}{2}g't^2$$

(למעשה, $\omega^2 R_E \simeq 0.034\ \mathrm{m/s^2} \ll g$ כך שהתיקון עקב הכוח הצנטריפוגלי קטן).
משוואת התנועה בציר האנך לכיוון הנפילה היא

$$mr\ddot{\theta} + 2m\dot{r}\dot{\theta} = -2m\dot{r}\omega \tag{24}$$

ושוב, בקרוב $\dot{\theta} \ll \omega$ נקבל

$$r\ddot{\theta} \approx -2\dot{r}\omega \tag{25}$$

על ידי הצבת הפתרון ל$\dot{r} \simeq -gt$ נקבל

$$\ddot{\theta} \approx \frac{2g\omega}{R_E}t \ \ \rightarrow \ \ \dot{\theta} = \frac{g\omega}{R_E}t^2 \tag{26}$$

$$\rightarrow \theta = \frac{1}{3}\frac{g\omega}{R_E}t^3$$

וההסטה האורכית היא

$$y \approx R_E\theta = \frac{1}{3}g\omega t^3 \tag{27}$$

הזמן t הוא זמן הנפילה. עבור נפילה מגובה h, $T = \sqrt{2h/g}$ ולכן ההסטה הצידית היא

$$y = \frac{1}{3}g\omega\left(\frac{2h}{g}\right)^{3/2}$$

עבור מגדל בגובה 50 מטר, נקבל $y \simeq 7.7 \times 10^{-3}\ \mathrm{m} = 0.77\ \mathrm{cm}$ כאשר ההסטה היא לכיוון מזרח.

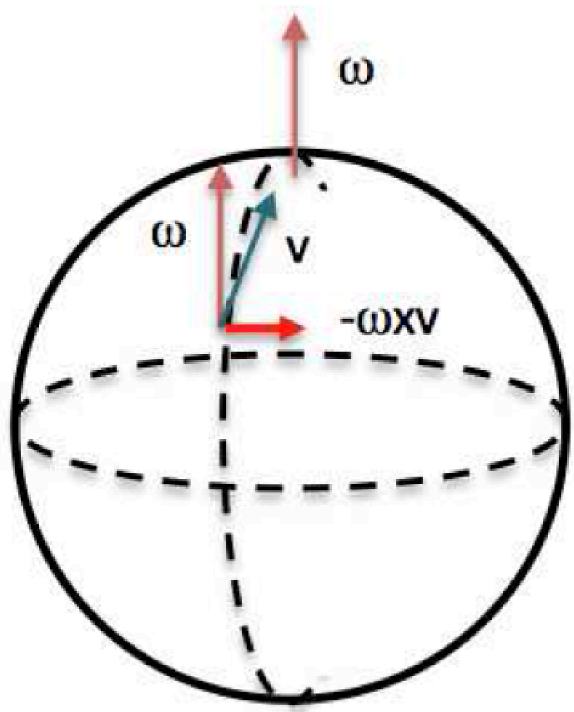
5.2 מערכות מזג אוויר

בעוד שההשפעה של כוח קוריוליס על תנועת גופים בסקאלות קטנות על פני כדור הארץ היא זניחה, יש לו השפעה על תנועה בסקאלות גדולות - כמו מערכות מזג אוויר המשתרעות על שטח גדול, כדוגמת הוריקנים.

כאשר זרם אוויר נע בקו ישר בחצי הכדור הצפוני, כוח קוריוליס תמיד יסיט אותו **ימינה** ממסלולו: לדוגמה, אם הוא נע צפונה, הוא יוסט מזרחה (ראה איור 6). כמובן, כוח קוריוליס תמיד ייתן רכיב מהירות בניצב למהירותו של הגוף, כך שהתנועה הכוללת תהיה סיבובית.

סופות נוצרות כאשר נוצרים אזורים בעלי לחץ אטמוספרי נמוך, כתוצאה מחימום שכבות האוויר בצורה לא אחידה. במצב זה, קיים כוח הנובע מגרדיינט הלחצים, הגורם לגז לזרום לתוך אזור הלחץ הנמוך - אנחנו קוראים לזרימה בשם רוח. בהעדר כוחות נוספים, הרוח תנשב ישירות בכיוון הלחץ הנמוך, ובמהרה הלחצים יתאזנו והרוח תיפסק.

ואולם, כוח קוריוליס מייצר רכיב מהירות ניצב לכיוון התנועה, וכתוצאה מכך הרוחות ינועו במעגל (ראה איור 7). בחצי הכדור הצפוני, המעגל יהיה תמיד **מנוגד לכיוון השעון**, כפי שניתן לראות בתמונות לווין של הוריקנים הנוצרים מעל האוקיאנוס האטלנטי, ופוגעים בחוף המזרחי של ארה״ב (ראה איור 8). כמובן שבחצי הכדור הדרומי, כיוון סיבוב ההוריקנים יהיה הפוך - עם כיוון השעון.



איור 6: כוח קוריוליס יסיט גופים הנעים צפונה בחצי הכדור הצפוני לכיוון מזרח.

5.3 מטוטלת פוקו

מטוטלת פוקו (על שם ליאון פוקו, הוצגה לראשונה ב- 1851) הוא מתקן פשוט המוכיח את סיבוב כדור הארץ. זוהי מטוטלת פשוטה, החופשית להסתובב במישור. עקב כוח קוריוליס, מישור התנועה שלה נראה כמסתובב ביחס לצופה.

נניח שהמטוטלת נמצאת בחצי הכדור הצפוני, ומתנדנדת בכיוון מזרח-מערב. עקב כוח קוריוליס, המסלול שלה מסתובב כל הזמן עם כיוון השעון (ראה איור 9). הסיבוב הזה נקרא **פרצסיה**. זמן המחזור שלו הוא $T = 2\pi/(\omega \sin \lambda)$ כש- λ הוא קו הרוחב, ו- $2\pi/\omega = 1$ day הוא זמן סיבוב כדור הארץ.

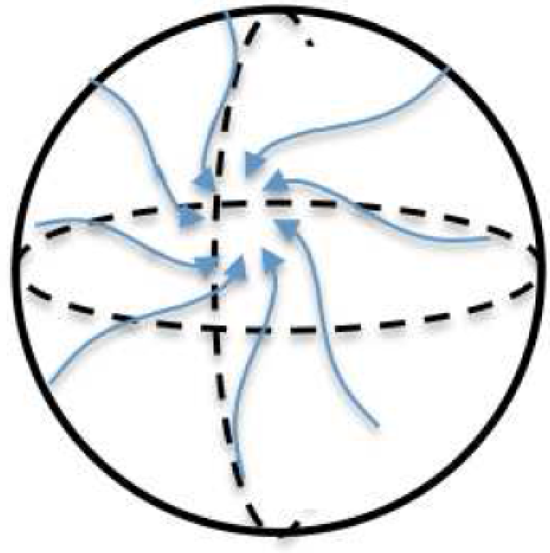
לכן, בקוטב הצפוני, מישור האוסצילציה ישלים סיבוב שלם בדיוק ביום אחד, ובקווי רוחב נמוכים יותר זמן המחזור יהיה ארוך יותר - על קו המשווה הוא אינסופי, כך שאין תנועת פרצסיה.

תנועת הסיבוב (פרצסיה) הנראית מהווה הוכחה ישירה ובלתי תלויה לכך שמערכת הייחוס שלנו הצופים - כלומר מערכת כדור הארץ מסתובבת. היא מאפשרת לנו להוכיח שכדור הארץ מסתובב- וכן למדוד את קצב הסיבוב, גם אם אין באפשרותינו להשוות את תנועתינו לתנועת אובייקטים מחוץ לכדור הארץ (כוכבים) כפי שאנחנו עושים בחיי היום יום.

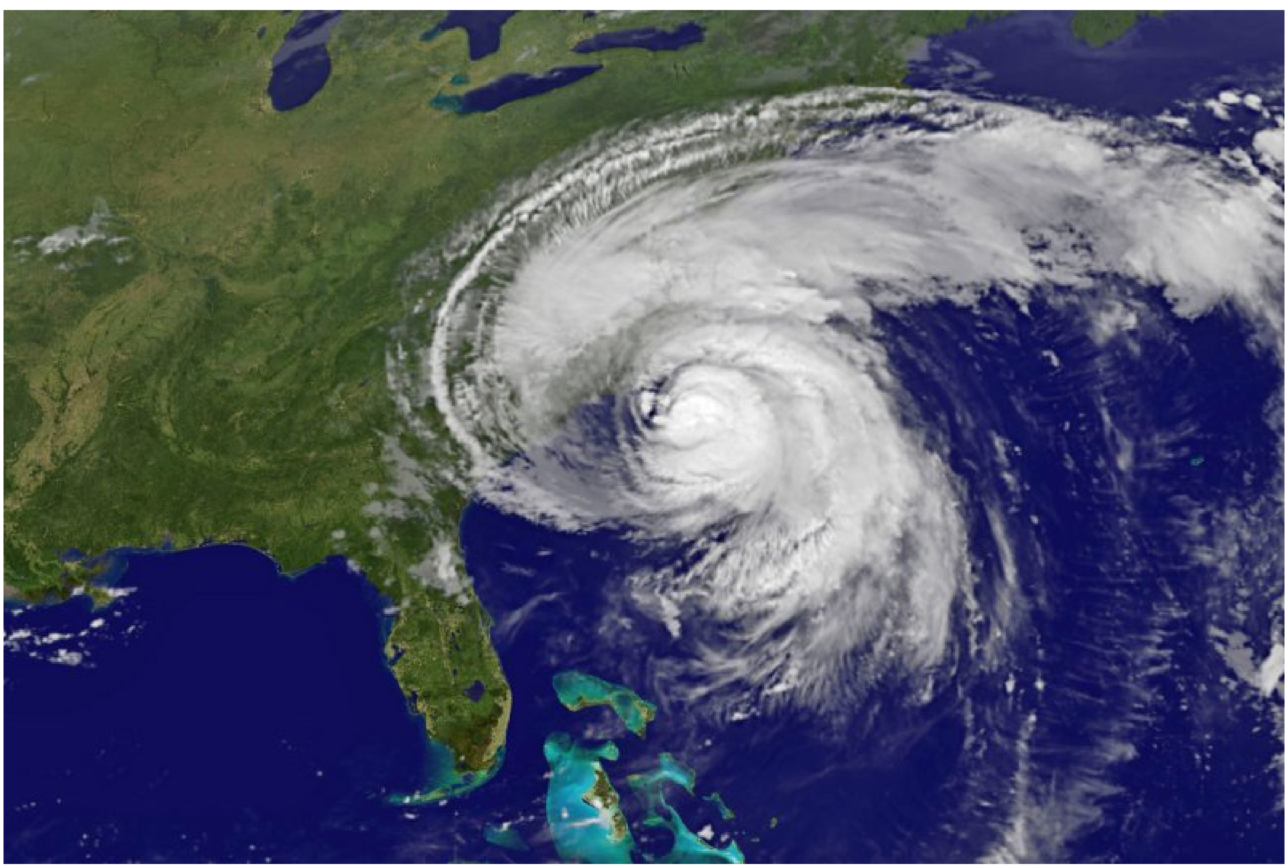
רשימת מקורות

[1] Kleppner, D. & Kolenkow, R., *"An Introduction to Mechanics"* (Cambridge), second edition.
[2] Kittel, C., *"Mechanics"* (Berkeley Physics Course Vol. 1, McGraw-Hill);

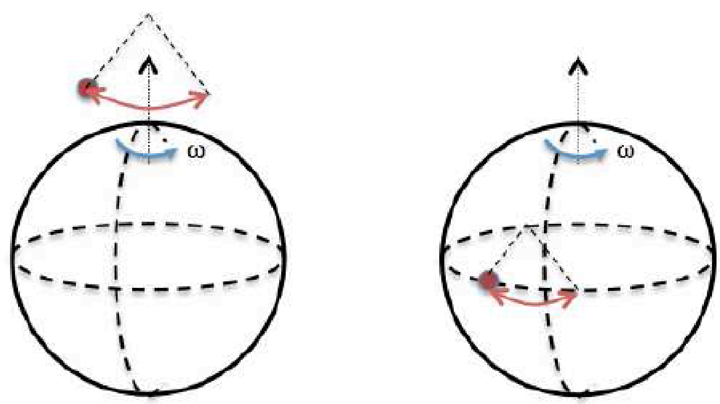
תרגום לעברית על ידי האוניברסיטה הפתוחה



איור 7: רוחות הוריקן נעות לכיון אזורי לחץ נמוך. עקב כוח קוריוליס, בחצי הכדור הצפוני הרוחות ינועו נגד כיוון השעון.



איור 8: תצלום לווין של הוריקן באוקיאנוס האטלנטי סמוך לחוף המזרחי של ארה"ב. הרוחות נעות נגד כיוון השעון.



איור 9: מטוטלת פוקו היא מטוטלת פשוטה, החופשית להסתובב באופן חופשי במישור האנך. בקוטב הצפוני (שמאל), עקב סיבוב כדור הארץ, מישור הסיבוב יסתובב עם כיוון השעון - כפי שנראה על ידי צופה הצמוד לכדור הארץ. על קו המשווה (ימין) לא תראה תנועת הסיבוב הזאת, הנקראת **פרצסיה**.